

SISÄLTÖ

0. Johdanto	1
1. Metriikka ja metrinen avaruus	4
2. Normi ja normiavaruus	7
ℓ^p -avaruudet	13
Lineaariset operaattorit	20
3. Täydellisyys ja Banachin avaruus	25
Vektoriarvoisista sarjoista	32
L^p -avaruudet	36
Banachin kiintopistelause (epälineaarinen FA)	44
4. Hilbertin avaruudet	51
Ortogonaaliset projektiot	61
Ortonormaalit kannat	63
5. Fourier-sarjat	73
Yhteenvedo (Fourier-sarjojen L^2 -teoriasta)	81
Sobolev-avaruudet	83
Sovelluksista differentiaaliyhtälöihin	89
6. Lineaariset operaattorit	96
Neumannin sarja	106
7. Tasaisen rajoituksen periaate	108
Banach–Steinhausin lauseen sovelluksia Fourier-sarjoihin	112
8. Avoimen kuvauksen lause	116
Sovellus Fourier-analyysiin	122
9. Dualiteetti	128
Hilbertin avaruuden duaali	131
Hahn–Banachin lause	133
Bilineaarimuodot ja Lax–Milgramin lause	140
Biduaali	143
10. Transpoosi ja adjungaatti	146
Adjungaatti	147

KORJATTUJA PAINOVIRHEITÄ:

- s. 6, Propositio 1.4 nimetty lauseeksi 1.4
- s. 7. Esimerkejä ja s. 13 , Esimerkki 2.11. (2); pitää lukea:
$$\mathcal{P} = \{p(z) = \sum_{k=0}^n a_k z^k : a_k \in \mathbb{C}, n \in \mathbb{N}\}$$
- s. 8, rivi -3, pitää olla: $\|f\|_\infty := \sup_{t \in A} |f(t)|$
- s. 9, s.10 ja s.12, ”*lⁱnfty*” pitää olla ℓ^∞
- s. 14 Hölderin epäyhtälön viimeiseen normiin lisätty eksponentti $1/q$
- s. 39 katkelma ”... modulo Y ” korvattu katkelmalla ”... modulo M ” 4. rivillä
ennen kaavaa (3.28)
- s. 46 rivit 9 ja 10: pitää olla $\lambda < 1/\|K\|_\infty$
- s. 39 Hölderin epäyhtälössä pitää olla $|g(x)|^q$
- s. 35 kaava (3.39): vaihdettu $c \rightarrow k$.
- s. 53 rivi -11 ”Lause 4.2” vaihdettu ”Schwarzin epäyhtälöksi 2.18”.
- s. 54 rivi 8–9 poistettu lause ”tai Cauchy... sivulla 52.”