

FYMM/MMP III Harjoitus/Problem Set 6

Tehtävät palautetaan viimeistään tiistaina 30.10. klo 12.00. The problem set is due on Tue Oct 30 by 12 noon.

1. **Esimerkkejä homotopiaryhmistä.** Olkoon

i) $M = R^3 \setminus \{\text{piste}\}$. Laske $\pi_1(M)$ ja $\pi_2(M)$.

ii) $M = R^3 \setminus \{\text{suora}\}$. Laske $\pi_1(M)$.

iii) $M = R^2 \setminus \{x_1, x_2\}$ missä $x_1 \neq x_2$ ovat 2 eri pistettä R^2 :ssa. Laske $\pi_1(M)$. **Vihje:** Nakahara, luku 4.4.1.

2. Etsi kartasto ja koordinaatit torukselle $T^2 = S^1 \times S^1$.

3. Johda muunnoskaava tensorin

$$T = T_{\nu_1\nu_2\nu_3}^{\mu_1\mu_2} \frac{\partial}{\partial x^{\mu_1}} \otimes \frac{\partial}{\partial x^{\mu_2}} \otimes dx^{\nu_1} \otimes dx^{\nu_2} \otimes dx^{\nu_3}$$

komponenteille koordinaattimuunnoksessa $x \rightarrow y$.

Same in English:

1. **Examples of Homotopy Groups.** Let

i) $M = R^3 \setminus \{\text{point}\}$. Calculate $\pi_1(M)$ and $\pi_2(M)$.

ii) $M = R^3 \setminus \{\text{line}\}$. Calculate $\pi_1(M)$.

iii) $M = R^2 \setminus \{x_1, x_2\}$ where $x_1 \neq x_2$ are 2 different points in R^2 . Calculate $\pi_1(M)$.

Hint: Nakahara, section 4.4.1.

2. Find an atlas and coordinates for a torus $T^2 = S^1 \times S^1$.

3. Derive the transformation rule for the components of the tensor

$$T = T_{\nu_1\nu_2\nu_3}^{\mu_1\mu_2} \frac{\partial}{\partial x^{\mu_1}} \otimes \frac{\partial}{\partial x^{\mu_2}} \otimes dx^{\nu_1} \otimes dx^{\nu_2} \otimes dx^{\nu_3}$$

in the coordinate transformation $x \rightarrow y$.