

Tehtävät palautetaan viimeistään keskiviikkona 16.11. Physicumin 2. kerroksen A-siiven aulassa olevaan laatikkoon.

1. Professori H. Ajamieli muistaa jatkuvan funktion määritelmän väärin ja kirjoittaa taululle: "Funktio f on jatkuva, jos avoimen joukon X kuva Y on avoin". Löydä yhden reaaliarvoisen muuttujan reaaliarvoisten funktioiden joukosta esimerkki, joka osoittaa tämän määritelmän olevan ristiriidassa tavallisen jatkuvuuden käsitteen kanssa.
2. Minkä näköiset ovat R^2 :n avoimet kiekot $U_\epsilon(x) = \{y \mid d(x, y) < \epsilon\}$ kun metriikka on $d(x, y) = (|x^1 - y^1|^p + |x^2 - y^2|^p)^{1/p}$, $p = 1, 2, \infty$?
3. Olkoon $X = \{\text{Arska, Kake, Pave, Reiska}\}$ ja $U_0 = \emptyset$, $U_1 = \{\text{Arska}\}$, $U_2 = \{\text{Arska, Kake}\}$, $U_3 = X$. Osoita että $\tau = \{U_0, U_1, U_2, U_3\}$ määrittelee X :n topologian. Osoita että (X, τ) ei ole Hausdorffin avaruus.
4. Osoita että R^n varustettuna tavallisella topologialla on Hausdorffin avaruus. Olkoon X joukko jossa on määritelty metriikka d . Osoita että X varustettuna metrisellä topologialla on Hausdorffin avaruus.
5. Etsi kartasto ja koordinaatit torukselle $T^2 = S^1 \times S^1$.

English text:

Return your solutions to the box in the entrance hall on the second floor of the A-wing in Physicum by Wednesday, November 16.

1. Professor S. C. Atterbrain remembers the definition of a continuous function incorrectly, and writes on the blackboard: "A function f is continuous if it maps an open set X into an open set Y ". Find an example among real-valued functions of one real variable that shows that such a definition contradicts our usual concept of continuity.
2. What do the open disks $U_\epsilon(x) = \{y \mid d(x, y) < \epsilon\}$ of R^2 look like when the metric is $d(x, y) = (|x^1 - y^1|^p + |x^2 - y^2|^p)^{1/p}$, $p = 1, 2, \infty$?
3. Let $X = \{\text{Billy, Bob, Jim, Joe}\}$ and $U_0 = \emptyset$, $U_1 = \{\text{Billy}\}$, $U_2 = \{\text{Billy, Bob}\}$, $U_3 = X$. Show that $\tau = \{U_0, U_1, U_2, U_3\}$ gives a topology in X . Show that (X, τ) is not Hausdorff.
4. Show that R^n with the usual topology is Hausdorff. Let X be a set with a metric d . Show that X with the metric topology is Hausdorff.
5. Find an atlas and coordinates for the torus $T^2 = S^1 \times S^1$.