

Klassinen mekaniikka, sl 2009

Harjoitus 9, 19. & 20.11.2009
palautus 17.11.2009 kello 16 mennessä

1. Kolmen identtisen massapisteen (jokaisen massa m) paikkavektorit ja nopeudet eräällä hetkellä ovat inertiaalikoordinaatistossa

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1 &= a\mathbf{e}_1 & \dot{\mathbf{r}}_1 &= v\mathbf{e}_1 \\ \mathbf{r}_2 &= a(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_3) & \dot{\mathbf{r}}_2 &= v(\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2) \\ \mathbf{r}_3 &= a(\mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3) & \dot{\mathbf{r}}_3 &= v\mathbf{e}_3, \end{aligned}$$

missä $\{\mathbf{e}_i\}$ on ortonormaali kanta.

- (a) Osoita, että systeemi muodostaa kyseisellä hetkellä jäykän kappaleen.
(b) Laske kappaleen massakeskipiste ja massakeskipisteen nopeus.
(c) Laske kappaleen kulmanopeusvektori.
2. Osoita, että jäykän tasapaksun m -massaisen sauvan kineettinen energia on

$$T = \frac{m}{6}(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} + \mathbf{v} \cdot \mathbf{v}),$$

missä \mathbf{u} ja \mathbf{v} ovat sauvan päiden nopeudet. Voit olettaa sauvan yksiulotteiseksi.

3. Laske seuraavien homogeenisten m -massaisten kappaleiden päänhitausmomentit
- (a) R -säteinen sylinteri, jonka korkeus on h .
(b) Suorakulmainen suunnikkassärmiö, jonka sivut ovat a , b ja c .
(c) Ellipsoidi, jonka puoliakselit ovat a , b ja c .
4. Pyöritetään tehtävän 3a sylinteriä symmetria-akselin suuntaisen mutta siitä etäisyydellä r olevan akselin ympäri. Laske sylinterin hitausmomentti tämän akselin suhteen. Tarkastele myös tilannetta, jossa akseli leikkaa sylinterin kulmassa θ .