

Klassinen mekaniikka, sl 2009

Harjoitus 1, 17. & 18.9.2009
palautus 15.9.2009 kello 16 mennessä

Nämä ensimmäiset laskuharjoitustehtävät ovat kaikki ratkaistavissa peruskurssin mekaniikan ja MAPU:n tiedoilla ja taidoilla. Jos ne tuntuvat liian vaikeilta, kannattaa harkita viikonlopun mittaista intensiivikertausta.

1. Olkoon massapisteeseen vaikuttava voima

$$\mathbf{F} = (x^2 + y^2 + z^2)^n (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}),$$

missä n on kokonaisluku. Laske $\nabla \times \mathbf{F}$. Onko voima konservatiivinen? Jos on, niin määrää sen potentiaali. Aiheuttaako joku n :n arvo tarvetta erityistarkasteluun?

2. Ratkaise rata $x(t)$ seuraavista differentiaaliyhtälöistä ja mieti, millaisia fysiikaalisia tilanteita ne kuvaavat. Kaikissa $v = \dot{x}$ ja $x(0) = v(0) = 0$.

- (a) $\dot{v} = a \sin \omega t$, missä a ja ω ovat vakioita
- (b) $\dot{v} = g - kv^2$, missä g ja k ovat vakioita
- (c) $\dot{v} = g - kv$, missä g ja k ovat vakioita

3. Kuulantyöntäjä voitti vuonna 2006 Suomen mestaruuden tuloksella 20,09 m ja antoi kisan jälkeen positiivisen doping-näytteen. Muutamaa viikkoa myöhemmin EM-kisojen finaalissa hän sai tuloksen 19,48 m ja sijoittui ennen kärryn julkituoloa yhdenneksitoista. Oletetaan armeliaasti, että jälkimmäinen tulos saavutettiin kaurapuurolinjalla. Arvioi kuulantyöntäjän alkukesästä käyttämän testosteronin vaikutusta hänen lihaksistonsa tehoon olettamalla, että kuulan alkukiihdytyksen aiheuttaa liikkeen suuntainen (40° vaakatasosta ylöspäin) voima, jonka resultantti vaikuttaa vakioteholla 1,8 m matkan. Jätetään kaikki muut suoritusolosuhteiden vaihteluun vaikuttavat tekijät (kuten stressi) huomiotta.

Vihjeitä: Lienee viisasta laskea kuulan lähtönopeus kummassakin työnnössä; kuulan massa on 7,26 kg; kuula lähtee arviolta 2,3 m korkeudelta, siis ylempää kuin paikka, mistä tulos mitataan; ilmanvastuksen voi jättää huomiotta.

Tehtävä on hypoteettinen, sillä arvon herra työnsi EM-kisojen karsinnassa huomattavasti paremman tuloksen kuin loppukilpailussa.

4. Tarkastellaan tilannetta, jossa pieni litteä kappale (massa m) liukuu kitkattomasti pitkin kaltevaa tasoa (kaltevuuskulma θ). Oletetaan, että kalteva taso on kiilan muotoinen, sen massa on M ja se sijaitsee vaakasuoralla tasolla eikä myöskään kiilan ja tason välillä ole kitkaa. Siis kun m -massainen kappale liukuu pitkin tasoa, se työntää kiilaa taaksepäin. Laske Newtonin mekaniikan menetelmin, kuinka kauan kiilan huipulta (korkeus h) liukumaan lähtevältä kappaleelta kuluu saavuttaa kiilan kärki eli alempi taso (korkeus 0).

Vihje: Voit ratkaista tämän tarkastelemalla joko liikemäärän ja energian säilymistä tai lähtien pelkästä liikemäärän säilymisestä tekemällä koordinaatiston muunnos inertiaalikoordinaatiston ja kiilan kiihtyvän koordinaatiston välillä. Ongelma tullaan käsittelemään myöhemmin myös Lagrangen mekaniikassa.