

Palautetaan viimeistään ma 14.12. klo 12.00

1. Laske funktion $f(t)$ Laplacen muunnos, kun

$$f(t) = \int_0^t e^{-\frac{t-\tau}{2}} \tau^2 d\tau.$$

2. Laske T -jaksollisen funktion $f(t)$ Laplacen muunnos, kun

$$f(t) = \begin{cases} \frac{2ht}{T}, & 0 \leq t < \frac{T}{2}, \\ 0, & \frac{T}{2} \leq t < T. \end{cases}$$

3. Laske funktion $F(s)$ originaali (ts. Laplacen käänteismuunnos), kun

$$F(s) = \frac{s}{s^2 + 4} - \frac{2s e^{-s}}{s^2 - 4}.$$

4. Vaihtovirtapiirin resistanssissa, induktanssissa ja kapasitanssissa jännitehäviön ja virran yhteys on seuraavien kaavojen mukainen:

$$U_R(t) = RI(t), \quad U_L(t) = L \frac{dI(t)}{dt}, \quad U_C(t) = \frac{1}{C} \left[\int_0^t I(t') dt' + Q_0 \right],$$

missä Q_0 on kondensaattorin varaus hetkellä $t = 0$.

- a) Osoita, että virran ja jännitteen Laplacen muunnoksille vaihtovirtapiirin alkioiden yhteydet

$$U_R(s) = RI(s), \quad U_L(s) = L[sI(s) - I_0] \quad \text{ja} \quad U_C(s) = \frac{I(s) + Q_0}{sC},$$

missä I_0 on virta hetkellä $t = 0$.

- b) Laske Laplacen muunnosta käyttäen virta ajan funktiona sarjakytkentäisessä RL -piirissä, kun se hetkellä $t = 0$ kytketään vaihtojännitelähteeseen, jonka smv $E(t) = \theta(t) \sin \omega t$.

5. Laske funktion $f(x) = \ln(1 + x)$ Mellinin muunnos.

Tämä on kurssin Fysiikan matemaattiset menetelmät Ib viimeinen laskuharjoitus. Koe pidetään ti 22.12. klo 9.00 - 13.00 salissa D101. Koealue: oppikirjan luvut 4 - 7 sekä laskuharjoitukset 1 - 6.