

Palautetaan viimeistään ma 30.11. klo 12.00

1. Laske seuraavan Fourier-sarjan summa

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k-1} \sin kx}{k(k+1)}.$$

Vihje. Käytä osamurtoihin jakoa ja sopivaa analyyttisen funktion Maclaurinin sarjaa.

2. Etsi differentiaaliyhtälön (y'' on funktion y toinen aikaderivaatta) $y'' + \omega^2 y = r(t)$ yleinen ratkaisu Fourier'n sarjan muodossa, kun

$$r(t) = \sin \alpha t + \sin \beta t, \quad (\omega^2 \neq \alpha^2, \beta^2).$$

3. Laske funktion $f(x) = x^2$ Fourier'n sarjan ja Parsevalin kaavan avulla seuraavan sarjan summa

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}.$$

4. Laske suorakulmaisen pulssin ($a > 0$)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2a}, & b \leq x \leq b + 2a, \\ 0, & \text{muualla} \end{cases}$$

Fourier'n muunnos ja tarkastele rajaa $a \rightarrow 0$.

5. Laske Lorentzin käyrän

$$f(x) = \frac{\gamma}{\pi(x^2 + \gamma^2)}, \quad \gamma > 0$$

Fourier'n kosinimuunnos sekä saamasi funktion käänteismuunnos.