

Palautetaan viimeistään ma 12.10. klo 12.00

1. Kehitä funktio

$$f(z) = \frac{z}{z^2 - 2z + 2}$$

Taylorin sarjaksi pisteessä  $z_0 = 1$  ja määritä sarjan suppenemissäde.

2. Laske potenssisarjan derivointi- ja integrointisääntöjä käyttäen seuraavien funktioiden Maclaurinin sarjat:

a)  $\sin^2 z$ ,   b)  $\ln(z + \sqrt{1 + z^2})$ ,   c)  $\text{Li}_2(z) = - \int_0^z \frac{\ln(1-t)}{t} dt$ .

3. Määritä sarjojen

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(z-2)^n}$ ,   b)  $\sum_{n=-\infty}^{-2} (n+1)i^{n+2}(z-i)^n$ ,   c)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2z}\right)^n$

suppenemisalueet ja laske summat.

4. Kehitä funktio  $f(z) = \frac{1}{(z-2)(z+3)}$  Laurentin sarjaksi pisteissä  $z_0 = 2$  ja  $z_0 = 0$  sekä renkaassa  $2 < |z| < 3$ . Määritä sarjan suppenemisalue kaikissa tapauksissa.
5. Laske funktion  $\frac{\cos z}{z^2}$  Laurentin sarjakehitelmä ja residy origossa.