

Palautetaan viimeistään ma 5.10. klo 12.00

1. Laske integraali

$$I = \int_{\gamma} \frac{\log z}{z} dz$$

ympyrää $|z| = 2$ pitkin vastapäivään pisteestä $z = 2$ pisteeseen $z = -2$, kun $\log 1 = 2\pi i$.

2. Laske integraali (kiertosuunta vastapäivään) $I = \oint_{|z+i|=1} \frac{\cos z}{(z+i)^3} dz$.

3. Laske seuraavien sarjojen summat:

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n(n+1)(n+2)}, \quad \text{b) } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)}, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-ian}}{2^n}, \quad a > 0.$$

4. Tutki seuraavien lukusarjojen suppenevuutta ja itseistä suppenevuutta:

$$\text{a) } \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n}, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} u_n, \quad u_{2m-1} = \frac{1}{3m+2}, \quad u_{2m} = -\frac{1}{3m-1}.$$

5. Etsi seuraavien funktiosarjojen suppenemialueet ja tutki niiden tasainen suppenevuus ($x \in \mathbf{R}$, $z \in \mathbf{C}$):

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^{-x}, \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n(x+2)^n}, \quad \text{c) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{nz}}{n^2}.$$