Mekaniikka 2009, laskuharjoitus 8 palautettava ma 10.11. klo 12 mennessä

1. Laborotiokoordinaatistossa kappale 1 (massa=m, nopeus $\vec{v}_0$) törmää levossa olevaan kappaleeseen 2 (massa = M) täysin kimmottomasti, ts. kappaleet klimppiintyvät yhteen.

   (a) Laske törmäyksessä tapahtuva energiahäviö laboratoriokoordinaatistosta katsottuna.

   (b) Määritä systeemin massakeskipisteen nopeus.

   (c) Määritä kappaleiden liikemäärät massakeskipistekoordinaatistossa.

   (d) Laske törmäyksen energiahäviö massakeskipistekoordinaatistossa.

2. Opetusosastolla havaitaan kahden kappaleen täydellisen kimmoinen törmäys. Osoita, että laitoksen yläpuolella tasaisella nopeudella lentävän vakoilukoneen agentit havaitsevat törmäyksen myös täysin kimmoisaksi. Ts. johda luennolla esitetty tulos, että inertiaalikoordinaatistosta toiseen siirtyminen ei muuta energian säilymislakia.

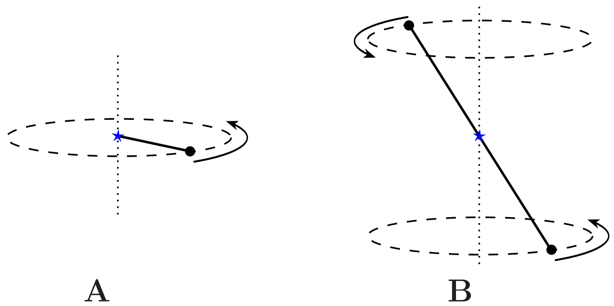
3. Systeemissä on N hiukkasta. Johda luennolla esitetty tulos systeemin kineettiselle energialle:

$$K_{\text{tot}} = \frac{1}{2}M\vec{V}_{\text{cm}}^2 + \sum_n^N \frac{1}{2}m_n\vec{v}_n'^2,$$

   missä M on systeemin kokonaismassa, $\vec{V}_{\text{cm}}$ on massakeskipisteen nopeus ja $\vec{v}_n'$ on kappaleen n nopeus massakeskipisteen suhteen.

4. Määritä homogeenisen kolmionmuotoisen levyn massakeskipisteen paikka.

5. Oheisen kuvan systeemit koostuvat yhdestä tai kahdesta hiukkasesta, jotka kiertävät ympyränmuotoista rataa massattoman tangon päässä. Piirrä kunkin systeemin kokonaisliikemäärämomentti laskettuna tähdellä merkityn pisteen suhteen. (Tehtävässä riittää käsitellä hiukkasten liikemäärämomentteja, massattomat tangot voi unohtaa...)



6. Tarkastellaan matemaattista heiluria (tasoheiluri), jonka maksimipoikkeama tasapainoasemasta on θ. Otetaan referenssipisteeksi langan kiinnityskohta.

   (a) Piirrä kuva, jossa näkyy heilurin liikemäärämomentti $\vec{L}$ ääriasemassa ja tasapainoasemassa.

   (b) Heiluri päästetään putoamaan ääriasemastaan. Johda lauseke heilurin vauhdille $v(\varphi)$ poikkeaman funktiona ja määritä suoraan derivoimalla kuinka liikemäärämomentin suuruus muuttuu ajan funktiona. (ohje: $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = (\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\varphi})(\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}t}) = (\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\varphi})\omega$)

   (c) Laske heiluriin vaikuttavien voimien momentti ja totea, että tulos on yhtäpitävä edellisen kohdan kanssa.